# O RODZINACH FUNKCJI CIĄGŁYCH, KTÓRE MOŻNA UWAŻAĆ ZA LIPSCHITZOWSKIE

MICHAŁ POPŁAWSKI

Skończona rodzina $\mathcal{F} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ ciągłych funkcji $(X, d) \to (X, d)$ jest nazywana układem iterowanych funkcji (IFS - iterated function system). W [2] autorzy postawili problem remetryzacji $(X, d)$ (problem wskazania metryki $\rho$ na $X$, równoważnej metryce $d$) tak, by IFS $\mathcal{F}$ stał się lipschitzowski, to jest by każda funkcja $f_k \colon (X, \rho) \to (X, \rho)$ była lipschitzowska, $k = 1, \ldots, n$. W [2] autorzy podali pozytywną odpowiedź dla rodziny $\mathcal{F}$ składającej się z jednej funkcji $f \colon [0, 1] \to [0, 1]$ spełniającej dodatkowe założenia dot. m.in. jej różniczkowalności. Podamy ogólną, pozytywną odpowiedź, dla dowolnego IFS-u $\mathcal{F}$ konstruując odpowiednią metrykę $\rho$. Konstrukcja jest poprawna również dla pewnych nieskończonych rodzin $\mathcal{F}$ funkcji ciągłych $(X, d) \to (X, d)$, co więcej wszystkie funkcje z rodziny $\mathcal{F}$ mają wspólną stałą Lipschitza. Wywnioskujemy z tych rozważań częściową odpowiedź na problem sygnalizowany w [1] dot. remetryzacji przestrzeni metrycznych $(X, d_X)$ oraz $(Y, d_Y)$ tak, by rodzina $C((X, d_X), (Y, d_Y)) = C((X, \rho_X), (Y, \rho_Y))$ wszystkich funkcji ciągłych $(X, \rho_X) \to (Y, \rho_Y)$ składała się z funkcji lipschitzowskich (niekoniecznie mających wspólną stałą Lipschitza).

## Literatura


[1] S. Cobzaş., R. Miculescu, A. Nicolae, *Lipschitz Functions,* Springer, Cham, 2019.

[2] K. Leśniak, N. Snigreva, F. Strobin, A. Vince, *Highly non-contractive iterated function systems on euclidean space can have an attractor*, J. Dyn. Differ. Equ: 1-18, 2024.