Atraktory niekontraktywnych iterowanych układów odwzorowań

Abstrakt: Z twierdzenia Hutchinsona-Barnsleya wiemy, że iterowany układ odwzorowań $\mathcal{F} = \{f_1, ..., f_n\}$ na zupełnej przestrzeni metrycznej (X, d) złożony z kontrakcji Banacha (a nawet z *słabych* kontrakcji) generuje atraktor $A_{\mathcal{F}}$, tj. zbiór zwarty spełniający warunki:

(i) $A_{\mathcal{F}} = \mathcal{F}(A_{\mathcal{F}})$

(ii) Dla dowolnego $K \in \mathcal{K}(X)$, ciąg iteracji $\mathcal{F}^{(k)}(K) \to A_{\mathcal{F}}$,

gdzie $\mathcal{F} : \mathcal{K}(X) \to \mathcal{K}(X)$ to operator Hutchinsona, zdefiniowany przez $\mathcal{F}(K) = \bigcup_{i=1}^{n} f_i(K)$, a zbieżność zachodzi względem metryki Hausdorffa na przestrzeni $\mathcal{K}(X)$ niepustych zbiorów zwartych.
Pojawia się pytanie, czy istnienie atraktora danego IFS-u $\mathcal{F}$ wymusza jakąś formę kontraktywności jego odwzorowań. Wiadomo, że jeżeli $\mathcal{F}$ jest tzw. *topologicznie zwężający*, to istnieje na X metryka zgodna, przy której odwzorowania z IFS-u $\mathcal{F}$ są słabymi kontrakcjami.
Na referacie pokażę jednak, że w ogólności istnienie atraktora nie wymusza zwężania - podam przykłady IFS-ów $\mathcal{F} = \{f_1, ..., f_k\}$ na przestrzeniach euklidesowych generujących atraktory, o tej własności, że dla stałe Lipschitza $\mathrm{Lip}_d(f_i) > 1$ dla $i = 1, ..., k$ i dowolnej metryki zgodnej d.
Prezentowane wyniki powstały we współpracy z Niną Snigirevą, Krzysztofem Leśniakiem i Andrew Vincem.